

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/329020213>

# SOLVING THE PROBLEM OF PACKING PACKAGES IN THE CONTAINERS WITH THE LIMITATION OF THE MASS AND THE VOLUME BY VNS METHOD

Conference Paper · September 2018

CITATIONS

0

READS

287

4 authors:



**Đorđe Stakić**

University of Belgrade

29 PUBLICATIONS 65 CITATIONS

SEE PROFILE



**Miodrag Zivkovic**

Retired

40 PUBLICATIONS 419 CITATIONS

SEE PROFILE



**Ana Anokic**

Academy of Technical and Art Applied Studies Belgrade

20 PUBLICATIONS 66 CITATIONS

SEE PROFILE



**Radoslav Rajkovic**

11 PUBLICATIONS 28 CITATIONS

SEE PROFILE



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
Економски факултет

**XLV**

**Simpozijum  
o operacionim  
istraživanjima**

# **ZBORNIK RADOVA**

**Zlatibor,  
16-18. septembar, 2018.**



**SYMOPIS  
2018**

# ZBORNİK RADOVA SYM-OP-IS 2018

Izdavač:

**Ekonomski fakultet u Beogradu**

**Centar za izdavačku delatnost**

Kamenička 6

tel. 3021-045, faks 3021-065

E-mail: cid@ekof.bg.ac.rs

Za izdavača:

**Prof. dr Branislav Boričić**

Direktor:

**dr Đorđe Mitrović**

Urednik:

**Prof. dr Jelena Kočović**

Tehnički urednik:

**Aleksandar Grašić**

Idejno rešenje korica:

**Aleksandar Grašić**

Godina:

*2018*

Tiraž:

*50*

CIP - Katalogizacija u publikaciji  
Narodna biblioteka Srbije, Beograd

519.8(082)(0.034.2)

СИМПОЗИЈУМ о операционим истраживањима (45 ; 2018 ; Златибор)  
Zbornik radova [Elektronski izvor] / XLV Simpozijum o operacionim  
istraživanjima SYM-OP-IS 2018, Zlatibor 16-18. septembar 2018. godine ;  
[organizatori Ekonomski fakultet ... et al.] ; editor Jelena Kočović. -  
Beograd : Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta, 2018  
(Beograd : Čigura print). - 1 elektronski optički disk (CD-ROM) ; 12 cm

Radovi na srp. i engl. jeziku. - Na nasl. str.: Međunarodni regionalni  
simpozijum. - Tiraž 50. - Str. [8]: Predgovor / editor. - Bibliografija uz  
svaki rad. - Abstracts.

ISBN 978-86-403-1567-8

1. Кочовић, Јелена [уредник] [аутор додатног текста]

2. Економски факултет (Београд)

а) Операциона истраживања - Зборници

COBISS.SR-ID 269629708

© 2018. Сва права су задржана. Ниједан део овог Зборника се не може умножавати, преносити у било којој форми или било којим средствима, електронски, механички, фотокопирањем, снимањем или на други начин, без претходне дозволе аутора и издавача.

## SADRŽAJ:

### 00. PREDAVAČI PO POZIVU

*Martin Balleer*

SOLVENCY II - MODELLING AND MEASURING RISKS IN THE INSURANCE INDUSTRY ..... 2

*Branislav Boričić*

MODELING, PROVING AND REFUTING ..... 3

*Željko Šain, Edin Taso, Jasmina Selimović*

ENTERPRISE RISK MANAGEMENT IN INSURANCE COMPANIES USING INTERNATIONAL FINANCIAL REPORTING STANDARD 17 “INSURANCE CONTRACTS” ..... 4

### 2. ANALIZA PERFORMANSI

*Blagoje Paunović, Zorica Aničić*

SETTING THE RESEARCH FRAMEWORK FOR ANALYZING THE IMPACT OF CORPORATE ENTREPRENEURSHIP ON THE COMPANY'S PERFORMANCE..... 7

### 3. EKONOMSKI MODELI I EKONOMETRIJA

*Filip Obradović*

UNIVARIATE MIXED DATA SAMPLING MODEL SPECIFICATION ..... 15

*Zorica Mladenović*

TESTING FOR EXPLOSIVE EPISODES IN ECONOMIC TIME SERIES: THEORETICAL OVERVIEW AND EMPIRICAL APPLICATIONS ..... 21

*Jelena Stanojević, Katarina Kukić, Vesna Jablanović*

THE GINI COEFFICIENT IN THE GENERALIZED LOGISTIC FORM ..... 27

### 4. ELEKTRONSKO POSLOVANJE

*Željko Dudić*

TRANSFORMATION OF RETAIL SALE ON THE GLOBAL ELECTRONIC MARKET ..... 35

### 5. GEOINFORMACIONI SISTEMI

*Siniša Drobnyak, Ljubomir Gigović, Zoran Kričković, Saša Bakrač*

COMBINATION OF SATELLITE AND AERIAL PHOTOGRAMMETRIC IMAGES FOR VEGETATION CLASSIFICATION ..... 38

*Nenad Galjak, Miodrag Regodić, Stanojka Simić, Stefan Mijodragović*

MONITORING FOREST DEGRADATION USING REMOTE SENSING IMAGES ..... 45

*Nenad Galjak, Miodrag Regodić, Borislav Guzijan, Rajka Mijatović*

AERIAL PHOTO-IMAGES APPLICATION IN CREATING GIS ..... 51

*Ljubomir Gigović, Siniša Drobnyak, Dragoljub Sekulović*

GIS-AHP CONCEPT OF DECISION ON AN EXAMPLE FOR LAND USE FOR BUILDING A TRAFFIC CORRIDOR ..... 56

*Stanislava Bosiočić, Nebojša Bosiočić, Miodrag Kostić*

GIS BASED DIGITAL TERRAIN MODELS AS A BASIS FOR GEOMORPHOMETRIC ANALYSIS... 61

*Aleksandar Ilić, Zoran Stojanović, Zoran Srdić*

ASSISTANCE OF GEOGRAPHICAL INFORMATION SYSTEM IN REAL ESTATE APPRASIAL ..... 68

### 6. GRAFOVI I MREŽE

*Zoran Maksimović, Milena Bogdanović, Jozef Kratica, Aleksandar Savić*

OPEN-LOCATING-DOMINATING NUMBER OF GENERALIZED PETERSEN GRAPHS ..... 75

8. INFORMACIONI SISTEMI I TEHNOLOGIJE

*Goran Bjelobaba, Ana Savić, Hana Stefanović*  
AN APPLICATION OF WEIGHTED LEAST SQUARE METHOD (WLMS) IN CENTRAL BANK  
TWITTER FOLLOWERS GREW PREDICTION ..... 81

9. ISTRAŽIVANJE I RAZVOJ

*Iva Vuksanović Herceg, Veljko M. Mijušković, Bojan Ristić*  
SITUATION ANALYSIS FOR MANAGING R&D PROJECTS IN SERBIA ..... 90

*Đuro Kutlača, Dušica Semenčenko*  
SILENT TRANSITION – STRUCTURAL CHANGES IN SCIENCE AND RESEARCH SYSTEM IN  
SERBIA ..... 95

*Lazar Živković, Đuro Kutlača*  
CONNECTIONS OF KEY INSTITUTIONS IN THE FIELD OF OPERATIONAL RESEARCH  
AND THEIR IMPACT ON KNOWLEDGE TRANSFER - APPLICATION OF THE  
NETWORK ANALYSIS ..... 102

*Vukašin Kuč*  
THE INTERDEPENDENCE OF BUSINESS STRATEGY AND FINANCIAL STRUCTURE ..... 109

10. KOMBINATORNA OPTIMIZACIJA

*Đorđe Stakić, Miodrag Živković, Ana Anokić, Radoslav Rajković*  
SOLVING THE PROBLEM OF PACKING PACKAGES IN THE CONTAINERS WITH THE  
LIMITATION OF THE MASS AND THE VOLUME BY VNS METHOD ..... 112

*Dragoš Cvetković, Zorica Dražić, Vera Kovačević - Vujčić, Mirjana Čangalović*  
THE TRAVELING SALESMAN PROBLEM: SPECTRAL MOMENTS AND THE LENGTH OF  
AN OPTIMAL TOUR ..... 118

11. KVANTITATIVNI MODELI U FINANSIJAMA

*Milijana Novović Burić, Vladimir Kaščelan, Ljiljana Kaščelan*  
LIMITING FACTORS OF REAL ESTATE INSURANCE DEVELOPMENT IN MONTENEGRO -  
DECISION TREE ANALYSIS ..... 125

12. LOGISTIKA

*Herbert Kopfer*  
ANALYSIS AND COMPARISON OF TRANSPORTATION EFFICIENCY: ELECTRIC-  
POWERED FLEETS VERSUS COMBUSTION-POWERED FLEETS ..... 134

*Milorad Kilibarda, Tanja Kaurin, Vlado Popović, Dejan Despić*  
SELECTION OF THE RFID SYSTEM IN THE PRODUCT DISTRIBUTION BY USING  
AHP METHOD ..... 135

*Gordana Radivojević, Dražen Popović*  
MODEL FOR SELECTING SOFTWARE APPLICATIONS IN A LOGISTICS COMPANY ..... 141

*Branislava Ratković, Branka Dimitrijević*  
MULTIOBJECTIVE APPROACH TO DESIGN DANGEROUS WASTE  
MANAGEMENT SYSTEMS ..... 148

*Milovan Kovač, Dražen Popović, Milorad Vidović, Nenad Bjelić*  
APPLICATION OF NEAREST NEIGHBOUR AND CLARKE-WRIGHT ALGORITHM FOR  
SOLVING MULTI CAPACITATED MVRP ..... 155

13. MATEMATIČKO PROGRAMIRANJE

*Marija Boričić*  
REASONING SYSTEMS WITH HIGH PROBABILITIES ..... 164

<i>Marija Kuzmanović, Dragana Makajić - Nikolić</i> OPTIMIZATION OF EFFICIENT EXPERIMENTAL DESIGN IN CONJOINT ANALYSIS .....	167
<i>Vladimir Ilin, Luka Matijević, Tatjana Davidović, Panos M. Pardalos</i> ASYMMETRIC CAPACITATED VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH TIME WINDOW .....	174

#### 14. MEKA I BIHEJVORALNA OPERACIONA ISTRAŽIVANJA

<i>Sanja Živković</i> MEASURING THE LEVEL OF EXHAUSTION TECHNICAL SUPPORT STAFF TO SERBIAN BROADCASTING CORPORATION .....	182
---	-----

#### 15. MEKO RAČUNARSTVO

<i>Miroslav Hudec</i> THE THREE LEVELS OF AGGREGATION FOR EVALUATING QUESTIONNAIRES FROM THE DIFFERENT RESPONDENTS' GROUPS.....	190
<i>Marko Knežević, Pavle Milošević, Ivana Dragović, Bratislav Petrović</i> CREDIT RATING ESTIMATION USING COMPUTATIONAL INTELLIGENCE METHODS: THE CASE OF SERBIAN MEDIUM-SIZED COMPANIES.....	197
<i>Nataša Jerkić, Ana Poledica, Aleksandar Rakićević, Nemanja Milenković</i> THE INFLUENCE OF OUTLIERS DATA ON NEURAL NETWORK PREDICTION OF PERFORMANCE INDEX RATING IN BASKETBALL .....	203
<i>Dragan Radojević</i> GRAPHICAL PRESENTATION OF REAL-VALUED LOGICAL RELATION OF EQUIVALENC AND DISIMILARITY OF MULTIDIMENSIONAL LOGIAL VARIABLES .....	209

#### 16. NAUKA O PODACIMA

<i>Marko Milanović, Miloš Jovanović</i> PREFERENCE LEARNING AS AN AUC OPTIMIZATION METHOD FOR BINARY CLASSIFIERS .....	216
<i>Lazar Čolić, Marina Petrović, Ivana Prica</i> INFLUENCE OF PRIMING IN MARKETING RESEARCH.....	223
<i>Jasna Soldić - Aleksić, Biljana Chroneos Krasavac</i> DATA AND BUSINESS ANALYTICS DEMOCRATIZATION .....	228

#### 18. POUZDANOST I UPRAVLJANJE RIZIKOM

<i>Dejan Trifunović</i> MORAL HAZARD IN INSURANCE CLAIMS .....	237
<i>Dragana Makajić - Nikolić, Nebojša Nikolić, Mirko Vujošević</i> ALGORITHM FOR REDUCING CUT SETS IN COHERENT FAULT-TREE ANALYSIS .....	242

#### 19. PRIMENE OI U EKOLOŠKOM MENADŽMENTU I UPRAVLJANJU PRIRODNIM RESURSIMA

<i>Đorđe Mitrović, Olga Gavrić</i> CIRCULAR ECONOMY COMPOSITE INDEX – DEA APPROACH .....	250
<i>Nataša Petrović, Aleksandra Kručićan, Jelena Andreja Radaković</i> LIBRARIES AND SUSTAINABLE DEVELOPMENT GOALS.....	257

20. PRIMENE OI U FINANSIJAMA I BANKARSTVU

*Irena Janković*  
CHALLENGES OF FINDING EFFICIENT FRONTIER AND OPTIMAL RISKY PORTFOLIO IN EMERGING MARKETS – EXAMPLE OF SERBIA..... 265

*Jelena Kočović, Marija Koprivica*  
MEASURING ADEQUACY OF UNEARNED PREMIUM RESERVE..... 271

21. PRIMENE OI U GRAĐEVINARSTVU

*Slobodan Pandžić, Slavoljub Tomić, Dragan Macanović*  
ACCURACY ANALYSIS OF DISTANCE MEASUREMENT BETWEEN TWO INACCESSIBLE POINTS ON THE CONCRETE CONSTRUCTION OF A BUILDING..... 280

*Dragan Nikolić, Goran Ćirović, Snežana Mitrović*  
CONCRETE CRACK ANALYSIS IN RC ELEMENTS USING ROUGH SET THEORY..... 287

*Dragoljub Mirjanić, Ljubiša Preradović, Darko Divnić*  
SIGNIFICANCE OF THE GEOGRAPHICAL ORIENTATION AND INCLINATION OF THE PANELS TO THE ENERGY EFFICIENCY OF SOLAR PANELS..... 294

22. PRIMENE OI U MENADŽMENTU

*Ana Aleksić Mirić*  
DIGITAL ORGANIZATION..... 303

*Nenad Kovačević, Mitar Kovač, Antonio Mak*  
RISK ASSESSMENT IN THE WORKPLACE USING DECISION SUPPORT SYSTEMS..... 312

23. PRIMENE OI U ODBRANI

*Zoran Mačak, Srđan Marković*  
APPLICATION OF THE A'WOT METHOD IN THE IMPROVEMENT OF ECOLOGICAL SECURITY IN MINISTRY OF DEFENCE AND SERBIN ARMED FORCES..... 319

*Jovica Bogdanov, Zoran Bajić, Mihael Bučko*  
ANALYSIS OF STUDY PROGRAMMES FOR EDUCATION OF CHEMICAL TECHNOLOGY ENGINEERS IN MILITARY ACADEMIES BETWEEN 1993 AND 2018 ..... 325

*Dejan Stojković*  
MAJOR DETERMINANTS OF DEFENSE EXPENDITURE OF THE REPUBLIC OF SERBIA ..... 331

*Vlada Mitić, Dejan Nikolić*  
APPLICATION OF THE AHP METHOD IN DEVELOPING THE MODIFICATOR OF MOVEMENT OF LEND UNITS IN WAR GAMES ..... 336

*Milan Kankaraš, Ivan Petrović, Zoran Mačak*  
THE CHOICE OF ADDITIONAL CRITERIA FOR SELECTION OF DEFENCE HUMAN RESOURCEAS ..... 342

*Srđan Dimić, Srđan Ljubojević, Radiša Saković*  
COMPARISON OF RANKS OF STRATEGIC OPTIONS OBTAINED BY MULTI-CRITERIA DECISION MAKING ..... 348

*Radiša Saković, Srđan Dimić*  
POSSIBILITIES FOR IMPROVING THE OFFICIAL RANGE PROCESS IN THE MINISTRY OF DEFENSE AND SERBIAN ARMED FORCES ..... 354

*Dejan Nikolić, Miloš Vasković, Milan Kovačević*  
POSSIBILITY OF APPLICATION OF THE AHP METHOD FOR THE SELECTION OF SUPPLIERS BY AUTHORITY OF LOGISTICS IN SERBIAN ARMY ..... 361

*Dalibor Petrović, Vlada Mitić, Nenad Kapor*  
INFLUENCE OF AVAILABILITY OF TARGET INFORMATION ON COMBAT CAPABILITY OF AIRCRAFT PLATFORMS..... 368

## 24. PRIMENE OI U RUDARSTVU, GEOLOGIJI I ENERGETICI

*Minja Marinović*

OVERVIEW OF OPTIMIZATION PROBLEMS IN ELECTRIC POWER SYSTEMS ..... 376

## 25. PRIMENE OI U SAOBRAĆAJU, TRANSPORTU I KOMUNIKACIJAMA

*Slavica Dožić*

SELF-CONNECTING PASSENGERS AND IMPLICATIONS FOR AIRLINE AND AIRPORT NETWORK CONNECTIVITY ..... 384

*Danica Babić, Milica Kalić, Milica Šelmić, Dragana Macura*

AN OVERVIEW OF STOCHASTIC METHODS FOR SEAT INVENTORY CONTROL IN AIR AND RAIL TRANSPORT ..... 391

*Dušan Crnogorac, Feđa Netjasov*

FUZZY MODEL FOR THE EVALUATION OF FUTURE AIR TRAFFIC MANAGEMENT SCENARIOS SAFETY PERFORMANCE INDICATORS ..... 398

*Danica Babić, Boris Begović, Tijana Levajković*

FEAR OF FLYING EFFECTS ON OPTIMAL NETWORK STRUCTURE IN A MONOPOLY AIRLINE MARKET ..... 405

*Doroteja Timotić, Feđa Netjasov*

MODELLING OF RUNWAY EXCURSIONS WITH BAYESIAN BELIEF NETWORKS ..... 412

*Saška Grujić, Milena Popović, Gordana Savić, Dragan Pamučar*

SAFETY ASSESSMENT OF RAILWAY CROSSINGS IN SERBIA USING DEA METHOD ..... 419

*Ivana Jovanović, Branka Dimitrijević, Milica Šelmić, Vladimir Momčilović*

SELECTION OF THE SENSOR TECHNOLOGY FOR TRAFFIC FLOW PARAMETERS' DETERMINATION IN THE REPUBLIC OF SERBIA ..... 426

*Konstantinos Ampountolas*

THE FREE-FLOATING BIKE SHARE REBALANCING PROBLEM ..... 433

## 26. SIMULACIJA I STOHAŠTIČKI MODELI

*Anton Ereemeev, Alexander Spirov*

BRIDGING THE GAP BETWEEN THE THEORY OF EVOLUTIONARY ALGORITHMS AND GENETICS ..... 441

*Bojana Todić*

SOME VARIANTS OF COUPON COLLECTOR'S PROBLEM ..... 442

*Milorad Stefanović, Marko Đogatović, Maja Pejica, Milorad Stanojević*

SIMULATION ANALYSIS OF LOADING AND UNLOADING OPERATIONS IN TRANSPORT OF DANGEROUS GOODS IN THE PEAK MONTHS ..... 447

## 29. TEORIJA IGARA

*Vladislav Radak, Ivan Anić*

COOPERATION AND PARTNERSHIP GAME IN VENTURE CAPITAL FUNDING ..... 454

*Neda Isaković, Marija Kuzmanović*

BOUNDED RACIONALITY IN ALL-PAY AUCTIONS: EXPERIMENTAL EVIDENCE ..... 461

*Dragan Azdejković*

ANALYZING ACQUIZING OF FIRMS USING GAME THEORY ..... 468



30. UPRAVLJANJE PROIZVODNOM I LANCI SNABDEVANJA

*Radmila Jablan Stefanović, Vladan Knežević, Jovana Jugović*

INFORMACIONI IZAZOVI UPRAVLJANJU LEAN KOMPANIJAMA..... 474

*Jelena Končar, Sonja Vučenović, Zita Petrović Katai*

MEASUREMENT OF OMNICHANNELTY ON THE GLOBAL MARKET..... 479

31. VIŠEKRITERIJUMSKA ANALIZA I OPTIMIZACIJA

*Zoran Bajić, Jovica Bogdanov*

A SIMPLE MATHEMATICAL APPROACH FOR THE MEAN RANDOM CONSISTENCY

INDEX CALCULATION AT HIGHER MATRIX DIMENSIONS..... 486



## REŠAVANJE PROBLEMA PAKOVANJA PAKETA U KONTEJNERE UZ OGRANIČENJA MASE I ZAPREMINE METODOM VNS SOLVING THE PROBLEM OF PACKING PACKAGES IN THE CONTAINERS WITH THE LIMITATION OF THE MASS AND THE VOLUME BY VNS METHOD

DORDE STAKIĆ<sup>1</sup>, MIODRAG ŽIVKOVIĆ<sup>2</sup>, ANA ANOKIĆ<sup>3</sup>, RADOSLAV RAJKOVIĆ<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Ekonomski fakultet, Univerzitet u Beogradu, djordjes@ekof.bg.ac.rs

<sup>2</sup> Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu, ezivkovm@matf.bg.ac.rs

<sup>3</sup> dr matematike, nezavisni istraživač, anokicana@gmail.com

<sup>4</sup> Inovacioni centar, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, rrajkovic@mas.bg.ac.rs

**Abstract:** *In this paper, we consider NP-hard problem of packing of packages in several types of containers. Packages are characterized by their weight and volume. It is necessary to pack all packages into containers, respecting the limits of total mass and volume by type of container, so that the total transportation cost is as low as possible. A solution approach based on the Variable Neighborhood Search (VNS) is proposed and tested on several instances. VNS solutions are compared to those obtained by the exact CPLEX solver using the mathematical formulation of the problem in the form of a Integer Linear Program (ILP).*

**Rezime:** *U ovom radu razmatran je NP težak problem pakovanja paketa u više tipova kontejnera. Paketi su opisani masom i zapreminom. Potrebno je spakovati sve pakete u kontejnere poštujući ograničenja ukupne mase i zapremine po tipu kontejnera, tako da ukupna cena prevoza bude što manja. Predložena je varijanta rešenja pomoću metode promenljivih okolina (engl. Variable Neighborhood Search - VNS), koja je testirana na više instanci. Rešenja su upoređena sa onim koje je dobio egzaktni rešavač CPLEX koristeći matematičku formulaciju problema u vidu celobrojnog linearnog programa (engl. Integer Linear Program - ILP).*

**Keywords:** *vector bin packing, container transport, VNS.*

**Ključne reči:** *vektorsko pakovanje, kontejnerski transport, VNS.*

### 1. UVOD

Kontejnerski transport podrazumeva prevoz robe u kontejnerima standardizovane veličine, često na velika rastojanja. Ovom vrstom pevoza godišnje se preveze više desetina miliona kontejnera, tako da oni predstavljaju značajan faktor u saobraćaju, trgovini, pa i ekonomiji. Ukoliko se u kontejner pakuje više paketa, onda je reč o zbirnom kontejnerskom transportu.

U ovom radu razmatran je problem pakovanja u kojem je skup paketa zadat svojim masama i zapreminama. Kako ima više tipova kontejnera, za svaki od njih su poznata ograničenja mase i zapremine. Pretpostavljeno je da za svaki tip kontejnera postoji odgovarajuća cena transporta i potrebno je da svi paketi budu spakovani i potom prevezeni, pri čemu ukupna cena transporta treba da bude minimalna.

Za ovako definisan problem formulisan je odgovarajući matematički model celobrojnog linearnog programiranja (engl. Integer Linear Program). Prema klasifikaciji problema pakovanja, on se ubraja u heterogeno vektorsko pakovanje. Dokaz da je ovo NP težak problem poznat je od 1979. godine iz rada Garey and Johnson (1979). Model je testiran korišćenjem rešavača CPLEX 12.6.2, koji za manji skup paketa uspeva da nađe optimalno rešenje. Za primere sa više od 50 paketa CPLEX ne uspeva da pronađe optimalno rešenje ako se vreme rešavanja ograniči na nekoliko sati. Zbog toga je u radu predloženo rešenje zasnovano na metodi promenljivih okolina (engl. Variable Neighborhood Search - VNS). Implementacija predložene VNS metode na programskom jeziku C testirana je na istom skupu slučajno generisanih instanci. Primenom VNS metode dostignuta su optimalna rešenja dobijena korišćenjem rešavača CPLEX na manjim test primerima. Kod većih instanci, gde CPLEX nije mogao da dobije optimalno rešenje, predloženo metaheurističko rešenje se pokazalo kao dovoljno dobro.

#### 1.1. Tipovi kontejnera

Standardni tipovi kontejnera koji se koriste u saobraćaju definisani su standardom ISO 668:1995, opisanom u ISO (2005). Tu su definisane njihove dimenzije: dužina, širina i visina, kao i dozvoljena nosivost mase i zapremine. Standard propisuje tri tipa kontejnera. Sva tri tipa imaju jednake širine, dok postoje odstupanja u dužini, pa se razlikuju 20-stopni i 40-stopni kontejneri. Njihove propisane dužine su redom 6,058 i 12,192



metara, što odgovara meri od 20 i 40 stopa po čemu su dobili naziv. U pogledu visine, 40-stopni kontejneri mogu biti visoki 2,591 i 2,896 metara (8,5 i 9,5 stopa), dok svi 20-stopni kontejneri imaju visinu 2,591m (8,5 stopa). Dakle, razmatrano je ukupno tri različita tipa kontejnera.

Standardom su definisane unutrašnja zapremina, masa praznog kontejnera i neto nosivost. Za potrebe ovog rada od značaja su unutrašnja zapremina i neto nosivost, jer one utiču na kapacitet koji je raspoloživ za pakovanje paketa. Zbog toga što se ne razmatraju tačni geometrijski oblici paketa, ograničenja za zbir masa, odnosno zapremina paketa razmatrana u ovom radu su nešto manja od standardnog maksimuma i predstavljena su u tabeli 1:

**Tabela 1:** Korišćeni limiti masa i zapremina

	20' kont.	40' kont.	40' visoki kont.
zapremina	$30m^3$	$60m^3$	$70m^3$
masa	25,8t	24,5t	24,5t

## 2. MATEMATIČKI MODEL

Problem pakovanja zadatih paketa u zadati skup kontejnera, tako da se dobije minimalna cena prevoza, opisan je matematičkim modelom u nastavku.

Ulazni podaci su:

$nt$  - broj tipova kontejnera

$np$  - broj paketa

$C_t$  - cena prevoza po tipu kontejnera, gde je  $t \in \{1, \dots, nt\}$  redni broj tipa kontejnera

$LV_t$  - limit zapremine tipa kontejnera, gde je  $t \in \{1, \dots, nt\}$  redni broj tipa kontejnera

$Lm_t$  - limit mase tipa kontejnera, gde je  $t \in \{1, \dots, nt\}$  redni broj tipa kontejnera

$V_i$  - zapremine paketa, gde je  $i \in \{1, \dots, np\}$  redni broj paketa

$m_i$  - mase paketa, gde je  $i \in \{1, \dots, np\}$  redni broj paketa

$Ln_t$  - limit broja kontejnera po tipu, gde je  $t \in \{1, \dots, nt\}$  redni broj tipa kontejnera

Promenljive odlučivanja (engl. decision variables) korišćene u modelu:

$p_{ijt}$  - binarna promenljiva koja određuje da li se u kontejneru nalazi paket, gde je  $i \in \{1, \dots, np\}$  redni broj paketa,  $t \in \{1, \dots, nt\}$  redni broj tipa kontejnera,  $j \in \{1, \dots, Ln_t\}$  redni broj kontejnera tipa  $t$

$k_{jt}$  - binarna promenljiva koja određuje da li je kontejner uzet u obzir, gde je  $t \in \{1, \dots, nt\}$  redni broj tipa kontejnera,  $j \in \{1, \dots, Ln_t\}$  redni broj kontejnera tipa  $t$

Ograničenja u modelu su:

$$\sum_{t=1}^{nt} \sum_{j=1}^{Ln_t} p_{ijt} = 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, np\} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{np} p_{ijt} \cdot V_i \leq k_{jt} \cdot LV_t, \quad \forall t \in \{1, \dots, nt\}, \forall j \in \{1, \dots, Ln_t\} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{np} p_{ijt} \cdot m_i \leq k_{jt} \cdot Lm_t, \quad \forall t \in \{1, \dots, nt\}, \forall j \in \{1, \dots, Ln_t\} \quad (3)$$

$$p_{ijt} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in \{1, \dots, np\}, \forall t \in \{1, \dots, nt\}, \forall j \in \{1, \dots, Ln_t\} \quad (4)$$

$$k_{jt} \in \{0, 1\}, \quad \forall t \in \{1, \dots, nt\}, \forall j \in \{1, \dots, Ln_t\} \quad (5)$$

Funkcija cilja kojom se izražava ukupna cena transporta je:

$$C = \sum_{t=1}^{nt} \sum_{j=1}^{Ln_t} k_{jt} \cdot C_t \quad (6)$$



Ograničenje (1) odnosi se na uslov da se svaki paket može i mora prevesti u tačno jednom kontejneru. Limiti zapremina i masa korišćenih kontejnera zadovoljeni su, redom, ograničenjima (2) i (3). Ograničenja (4) i (5) definišu tip promenljivih koje su korišćene u modelu. Funkcija cilja (6) definiše ukupnu cenu transporta koju treba minimizovati.

### 3. KLASIFIKACIJA PROBLEMA

Problem opisan modelom je varijanta problema pakovanja u kutije (engl. *bin packing problem*, skraćenica BPP).

U svom osnovnom obliku ovaj problem podrazumeva da su sve kutije (kao ovde kontejneri) jednodimenzionalne i iste veličine i da se razmatraju samo ograničenja vezana za jednu dimenziju - dužinu. Stavke koje se pakuju (predmeti, kao ovde paketi) opisani su takođe samo jednom dimenzijom - dužinom. To je osnovni, homogeni problem. Međutim, ako postoje kutije različitih tipova (dužina), problem je heterogen. U literaturi je znatno više razmatran homogeni problem pakovanja. Sledeće uopštenje se odnosi na dodavanje ograničenja čime se povećava dimenzija problema. Jedan način za to je vektorsko pakovanje kutija gde postoji više numeričkih osobina i ukupan zbir po stavkama za svaku od njih mora da bude u zadatim granicama. Drugi način uopštenja osnovnog BPP, pri prelasku na više dimenzija, je geometrijsko pakovanje kutija. Tu je svaka stavka zadata svojim geometrijskim (prostornim) dimenzijama, kao što su zadate i kutije. Cilj je da se stavke prostorno spakuju tako da se dobije najmanja ukupna vrednost, a u homogenom slučaju to se svodi na minimizaciju broja kutija.

Razmatrani problem u ovom radu pripada heterogenom vektorskom pakovanju kutija sa dva tipa ograničenja, koja se odnose na masu i zapreminu paketa i kontejnera. Ovakav tip problema pakovanja prvi put je uveden i razmatran u radu Han et al. (1994). U tom radu su implementirana tri načina rešavanja ovog problema: jednostavna gramziva heuristika nazvana First Fit by Ordered Deviation (FFOD), simulirano kaljenje (SA) i generisanje kolona (CG). Sledeći rad koji se bavio ovakvom vrstom pakovanja kutija je Gabay and Zaourar (2013). Isti autori su 2016. objavili njegovu dorađenu verziju, Gabay and Zaourar (2016), razmatrajući uopštenje problema u kojem svaka kutija ima svoje dimenzije. Korišćeno je više gramzivih metoda zasnovanih na Best Fit Decreasing (BFD) i Bin balancing heuristikama, uključujući razne njihove varijante, što je rezultovalo sa ukupno 34 dizajnirane heuristike. Do sada, koliko je autorima poznato, u literaturi nije razmatran pristup pomoću VNS metode za rešavanje ove vrste problema.

### 4. REŠAVANJE MODELA POMOĆU CPLEX

U cilju testiranja opisanog modela generisano je više instanci sa sledećim brojem paketa: 10, 11, 12, 13, 15, 20, 50, 70, 100, 120, 150, 200 i 500. Za svaki paket su slučajno generisane mase kao realni brojevi iz intervala 1-15 tona i zapremine iz intervala 1-25  $m^3$ . Ove vrednosti su tako izabrane da svaki paket može da stane u svaki tip kontejnera. Pri rešavanju su korišćena tri standardna tipa kontejnera i ograničenja mase i zapremine data u tabeli 1. Za cene prevoza jednog kontejnera uzete su vrednosti: 1594 EUR, 2470 EUR i 2483 EUR, redom za tri razmatrana tipa. Ove cene odgovaraju prevozu na relaciji Šangaj - Beograd i dobijene su iz realnih ulaznih podataka u radu Rajković et al. (2015).

Za rešavanje modela je korišćen egzaktni rešavač CPLEX, verzija 12.6.2. Izvršavan je na operativnom sistemu Linux na računaru sa procesorom Intel Core i7-2600, na 3,40 GHz, sa 12GB RAM memorije. Kako je CPLEX pogodan za paralelno izvršavanje, korišćeno je svih 8 raspoloživih jezgara navedenih karakteristika. Za instance do 20 paketa CPLEX je za kratko vreme, do najviše nekoliko sekundi, pronalazio optimalno rešenje. Za veće instance, od 50 i više paketa, pri rešavanju modela postavljeno je vremensko ograničenje od 600 sekundi, a potom 3600 sekundi. Zbog korišćenja do 8 niti pri paralelnom rešavanju na više procesora, ukupno procesorsko vreme je veće i do 8 puta. U tabelama 2. i 3. je kao vreme navedeno ukupno procesorsko vreme. Vreme je izraženo u sekundama, a cene u evrima. U tabeli 3. sa većim instancama u drugoj i trećoj koloni predstavljene su vrednosti funkcije cilja najboljeg pronađenog dopustivog rešenja za vreme izvršavanja od 600s i 3600s, redom, dok je u četvrtoj koloni navedeno ukupno procesorsko vreme potrošeno u okviru postavljene granice od 3600 sekundi. U petoj koloni se navodi ubrzanje kao odnos ukupnog procesorskog vremena (četvrte kolone) i 3600s, dok je u šestoj koloni odnos dobijenih cena za 3600s i 600s, izražen u procentima.

Na osnovu rezultata predstavljenih u tabeli 3. vidi se da CPLEX zahteva mnogo više vremena za rešavanje većih instanci, što znači da dobijena rešenja nisu garantovano optimalna. Ovo je očekivan ishod jer je problem NP težak, pa se za velike ulazne podatke ne može pronaći optimalno rešenje za ograničeno vreme. Posebno, kod jako velikih instanci kao što je npr. 500 paketa, CPLEX postaje vrlo spor pa je razlika dobijenih rešenja za 600 i 3600 sekundi dosta veća nego kod manjih instanci. Ova činjenica, između ostalih, opravdava upotrebu metaheurističkih metoda za rešavanje ovakvog tipa problema.

**Tabela 2:** Optimalna rešenja dobijena pomoću CPLEX na skupu manjih instanci

br. paketa	opt. cena (EUR)	vreme (s)
10	6534	0,31
11	7252	0,40
12	8846	0,36
13	9722	0,74
15	12047	1,02
20	13786	3,90

**Tabela 3:** Rešenja dobijena pomoću CPLEX na skupu većih instanci

br. paketa	cena (600s)	cena (3600s)	vreme (za 3600s)	ubrzanje	cena (3600s)/cena (600s)*100 (%)
50	31543	31530	22223,05	6,17	99,96
70	47133	47107	26792,28	7,44	99,94
100	65911	65911	26417,89	7,34	100,00
120	68389	67500	26769,05	7,44	98,70
150	88958	87364	26744,32	7,43	98,21
200	125099	122800	25014,80	6,95	98,16
500	437608	323921	7421,14	2,06	74,02

## 5. PRIMENA VNS METODE

Metoda promenljivih okolina (VNS) uvedena je 1997. godine u radu Mladenović and Hansen (1997). Tokom prethodne dve decenije ovaj rad je citiran preko 3200 puta.<sup>1</sup> Ova metaheuristička metoda primenjena je na mnoge klase problema optimizacije. Njen mehanizam rada sastoji se u sledećem: prvo se generiše inicijalno rešenje, a potom se primenjuje iterativni postupak sa dve osnovne faze. Prva je faza razmrđavanja (engl. shaking) u kojoj se do tada najbolje rešenje malo modifikuje na slučajan način, ostajući pri tome u nekoj od definisanih okolina tog rešenja. Dobijeno rešenje prosleđuje se drugoj fazi, fazi lokalne pretrage, gde se detaljnije pretražuje okolina i u njoj traži lokalni optimum. U fazi razmrđavanja, kao i u fazi lokalne pretrage, može se koristiti više struktura okolina koje su definisane različitim potezima. Variranjem tipova okolina i poteza, kao i načina lokalne pretrage, dobijaju se različite varijante VNS metode. Lokalna pretraga može da se završi nalaženjem prvog poboljšanja (engl. first improvement) ili nalaženjem najboljeg rešenja u toj okolini (engl. best improvement). Po završenoj lokalnoj pretrazi upoređuje se dobijeno rešenje sa do tada najboljim i zadržava bolje od njih. Postupak se iterativno nastavlja do zadovoljenja kriterijuma zaustavljanja, koji najčešće, kao i ovde, predstavlja dostignut limit vremena izvršavanja.

Za rešavanje problema pakovanja paketa u kontejnere prema opisanom modelu ovde su razvijane dve varijante VNS metode. Na manjim instancama obe metode za kratko vreme pronalaze optimalna rešenja. To je opravdalo njihovu primenu na većim instancama. Da bi se mogle proceniti statistike primenjenih metoda, obe metode su izvršavane po 30 puta na svakoj instanci. Vreme izvršavanja na svakoj instanci je 600s. Ovde nije korišćena paralelizacija, pa je to istovremeno i ukupno procesorsko vreme.

Predložene VNS-1 i VNS-2 metode koriste istu reprezentaciju rešenja, istu strategiju za generisanje inicijalnog rešenja, kao i isti način računanja vrednosti funkcije cilja. Osnovna razlika u implementaciji VNS-1 i VNS-2 metode ogleda se u izboru strategije u fazi lokalne pretrage. Naime, VNS-1 koristi strategiju najboljeg (engl. best improvement), a VNS-2 strategiju prvog poboljšanja (engl. best improvement) pri pretraživanju okolina. Osim toga među njima postoji još jedna razlika u fazi razmrđavanja, što je u nastavku opisano.

Rešenje je predstavljeno matricom celih nenegativnih brojeva dimenzija  $n \times n$  i pomoćnim nizom dužine  $n$ . Vrste matrice odgovaraju kontejnerima, u svakoj vrsti navode se redni brojevi paketa koji su tu smešteni. U pomoćnom nizu za svaki kontejner se beleži njegov tip. Redni brojevi paketa počinju od 1, a 0 se koristi za preostale pozicije u matrici po formiranju rešenja.

Inicijalno rešenje se formira tako što se postavi da su svi kontejneri prvog tipa (20-stopni). Paketi se sortiraju opadajuće po masi i redom se pakuju u kontejnere, poštujući ograničenja ukupne mase i zapremine. Sledeći paket se pokušava smestiti u već postojeće kontejnere, i tek kada to nije moguće počinje da se koristi novi kontejner. Za generisanu matricu inicijalnog, ili bilo kog drugog dopustivog rešenja, vrednost funkcije cilja se jednostavno računa sabiranjem odgovarajućih cena prevoza kontejnera koji učestvuju u transportu u skladu sa

<sup>1</sup> Podaci sa sajta Google Scholar od juna 2018. godine



izrazom (6).

U fazi razmrđavanja koristi se okolina definisana pomoću tri vrste poteza tj. tri načina modifikacije rešenja. Prvi potez se odnosi na promenu tipa kontejnera. Na slučajan način se bira kontejner i slučajno se bira njegov novi tip. Promena se dozvoljava samo ukoliko tekući sadržaj kontejnera zadovoljava ograničenja novog tipa kontejnera. Drugi potez se odnosi na zamenu paketa u kontejnerima. Slučajno se biraju dva različita kontejnera i dva njihova paketa koji zamenjuju mesta ukoliko je novi raspored u skladu sa ograničenjima. Kod ovog poteza je moguće dodati novi kontejner sa jednakom verovatnoćom kao što je verovatnoća izbora svakog postojećeg kontejnera. Takođe, omogućeno je da se prilikom izbora paketa osim postojećih uzme i 0. U tom slučaju razmatrani kontejner ne daje paket nego samo dobija paket koji se prebacuje iz drugog kontejnera. Verovatnoća izbora "praznog" paketa se razlikuje kod VNS-1 i VNS-2. Kod VNS-1 ta verovatnoća je obrnuto srazmerna broju paketa u izabranom kontejneru. Npr. ako ih ima  $br$ , onda je  $1/(br + 1)$  verovatnoća da se izabere "prazan" paket. Kod VNS-2 je verovatnoća izbora praznog paketa fiksirana na 20%, a ostali paketi ravnomerno dele preostalih 80% verovatnoće. Ova dva poteza se ponavljaju određen broj puta. Parametar koji određuje broj ponavljanja ova dva poteza je  $red$ . Posle njih se ponavlja i treći potez isti broj puta. Treći potez podrazumeva slučajan izbor kontejnera i pokušaj njegovog pražnjenja tako što se svi paketi prebacuju u ostale kontejnere. Ukoliko se pri tome dođe do paketa koji ne može da se prebaci u postojeće kontejnere, postupak za taj kontejner staje, on ostaje eventualno delimično prebačen.  $red$ , kao broj izvršavanja poteza u fazi razmrđavanja raste od 1 do granice  $rmax$ . Ovde je korišćeno  $rmax = n/2 + 1$ . Povećavanje parametra  $red$  se nastavlja kad god se u lokalnoj pretrazi ne dobije bolje rešenje od do tada najboljeg. Ukoliko se u lokalnoj pretrazi dobije bolje rešenje, onda  $red$  ponovo kreće od 1. Ukoliko  $red$  dostigne  $rmax$  bez poboljšanja, onda on ponovo kreće od 1.

Faza lokalne pretrage koristi okolinu koja je opisana samo trećim potezom pomenutim u fazi razmrđavanja, uz određene izmene, jer se kontejner za prebacivanje ne bira slučajno. Kontejneri se sortiraju rastuće po broju paketa, a ukoliko je broj paketa isti onda rastuće po masi. U svakom kontejneru se paketi sortiraju rastuće po masi. Iz takvog niza kontejnera pokušavaju se redom isprazniti kontejneri počev od prvog, po paketima idući od svog poslednjeg paketa prema prvom. Prilikom prebacivanja svakog pojedinačnog paketa, pri biranju gde se prebacuje kreće se od poslednjeg u sortiranom nizu kontejnera. Delimična prebacivanja kontejnera se takođe prihvataju, kao i u fazi razmrđavanja. Na osnovu računanja funkcije cilja poboljšanje nastaje kada se bar jedan kontejner u potpunosti isprazni. Kod VNS-2 se kod prvog takvog poboljšanja završava lokalna pretraga, dok se kod VNS-1 lokalna pretraga nastavlja sve dok se sadržaj ni jednog kontejnera ne može u potpunosti prebaciti u ostale kontejnere. Na kraju lokalne pretrage dobijeno rešenje se dodatno poboljšava pokušajem da se svakom kontejneru promeni tip, odnosno da se zameni kontejnerom manjeg limita mase i zapremine, a time i manje cene.

**Tabela 4:** Rešenja dobijena pomoću VNS-1 metode za veće instance

br. paketa	cena (600s)	agap (%)	$\sigma$ (%)	pr. vreme do najb.	cena (600s)/CPLEX cena (3600s)*100 (%)
50	31517	1,08	1,69	269,14	99,96
70	47094	1,15	1,43	177,90	99,97
100	65022	1,18	1,31	319,60	98,65
120	67474	1,46	1,57	248,44	99,96
150	87991	1,26	1,39	338,34	100,72
200	123520	1,12	1,25	388,04	100,59
500	310208	0,71	0,77	459,32	95,77

**Tabela 5:** Rešenja dobijena pomoću VNS-2 metode za veće instance

br. paketa	cena (600s)	agap (%)	$\sigma$ (%)	pr. vr. do najb.	VNS-2/CPLEX (%)	VNS-2/VNS-1 (%)
50	31517	1,09	1,70	203,91	99,96	100,00
70	47107	1,66	1,72	135,57	100,00	100,03
100	65859	0,22	0,52	274,52	99,92	101,29
120	68311	0,59	0,86	262,99	101,20	101,24
150	87991	1,45	1,60	345,95	100,72	100,00
200	123507	1,12	1,26	410,04	100,58	99,99
500	310366	0,73	0,79	452,94	95,82	100,05

U tabelama 4. i 5. se nalaze rezultati dobijeni pomoću obe varijante VNS na skupu instanci sa 50 i više paketa. U trećoj koloni je navedeno prosečno odstupanje rešenja od najboljeg (engl. average gap), a u četvrtoj standardna devijacija u odnosu na najbolje pronađeno rešenje. Obe veličine su izražene u procentima. U petoj





koloni je navedeno prosečno vreme potrebno da se dođe do najboljeg rešenja. U tabeli 4. u poslednjoj, šestoj, koloni navodi se odnos rešenja dobijenog VNS-1 metodom i rešenja dobijenog pomoću CPLEX, izražen je u procentima. U tabeli 5. u šestoj koloni na isti način navodi se odnos rešenja VNS-2 (600s) i CPLEX (3600s) u procentima, dok je u sedmoj koloni odnos rešenja VNS-2 i VNS-1, takođe u procentima.

Na osnovu predstavljenih rezultata može se zapaziti da je VNS-1 nešto bolja od VNS-2 u pogledu kvaliteta dobijenih rešenja, tj. vrednosti funkcije cilja. Sa druge strane, VNS-2 metoda je brža i stabilnija od VNS-1, s obzirom da je pronašla najbolja rešenja za prosečno kraće vreme i sa manjim odstupanjem od najboljeg rešenja. To je očekivano zbog načina rada njihove njihove lokalne pretrage koja nalazi najbolje poboljšanje kod VNS-1 i prvo poboljšanje kod VNS-2.

## 6. ZAKLJUČAK

U radu je razmatran problem pakovanja zadatih paketa u tri tipa kontejnera sa ograničenjima mase i zapremine u cilju prevoza svih paketa, pri čemu je cilj minimizacija ukupnih troškova. Predstavljena je matematička formulacija koja je korišćena u okviru rešavača CPLEX, pri čemu su optimalna rešenja dobijena samo za test primere sa do 50 paketa. Za rešavanje većih instanci dizajnirane su dve metode zasnovane na metodi promenljivih okolina. Rezultati su pokazali da su obe VNS metode dostigle optimalna rešenja na skupu instanci manjih dimenzija i obezbedile rešenja zadovoljavajućeg kvaliteta na većim test primerima za relativno kratko vreme izvršavanja. Razlika između ove dve varijante VNS metode je najveća u fazi lokalne pretrage koja se kod jedne od njih zaustavlja kada nađe najbolje poboljšanje, a kod druge kada nađe prvo poboljšanje, pa se to projektovalo i na dobijena rešenja.

### Projekat

Ovo istraživanje je delimično podržalo Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije u okviru projekta broj 174021 i tehnološkog projekta broj 36027.

## LITERATURA

- Gabay, M. and Zaourar, S. (2013). Variable size vector bin packing heuristics-application to the machine reassignment problem.
- Gabay, M. and Zaourar, S. (2016). Vector bin packing with heterogeneous bins: application to the machine reassignment problem. *Annals of Operations Research*, 242(1):161–194.
- Garey, M. R. and Johnson, D. S. (1979). *Computers and intractability: a guide to NP-completeness*. WH Freeman and Company, San Francisco.
- Han, B. T., Diehr, G., and Cook, J. S. (1994). Multiple-type, two-dimensional bin packing problems: Applications and algorithms. *Annals of Operations Research*, 50(1):239–261.
- ISO (2005). ISO 668:1995 Series 1 freight containers – Classification, dimensions and ratings – AMENDMENT 2: 45' containers. Technical report, International Organization for Standardization (ISO).
- Mladenović, N. and Hansen, P. (1997). Variable neighborhood search. *Comput. Oper. Res.*, 24(11):1097–1100.
- Rajković, R., Zrnić, N., Stakić, D., Sedmak, A., and Kirin, S. (2015). An approach to determine optimal number of containers for cargo stacking in function of transportation cost. In *Proceedings - 6th International Symposium on Industrial Engineering - SIE 2015, 24th-25th September 2015, Belgrade, Serbia*, pages 300–303.